CALCULS NUMÉRIQUES

Fractions

$\frac{a}{D}+\frac{b}{D}=\frac{a+b}{D}$ $\frac{a}{D}-\frac{b}{D}=\frac{a-b}{D}$ $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$

Puissances

$a^n = a\times a\times a \times ...\times a$
avec n facteurs a

$a^1=a$ $a^0=1$ $0^n=0$ $1^n=1$

On dit que $a^{-1}=\frac{1}{a}$ est l'inverse de a.

De façon générale : $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

Les puissances de 10

$10^n = 10\times 10\times 10 \times ...\times 10 = 1000...0$
avec n facteurs 10 avec n zéros

$10^{-n} = 0{,}00...01$
avec n zéros

La notation scientifique : $7{,}328 \times 10^5$

Nombre compris entre 1 et 10 (10 exclu) x une puissance de 10

ARITHMÉTIQUE

Divisibilité

Un nombre entier est divisible :
- par 2, si son chiffre des unités est pair,
- par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5,
- par 10, si son chiffre des unités est 0,
- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3,
- par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Nombres premiers, nombres premiers entre eux

Un nombre est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

On dit que deux nombres sont **premiers entre eux** lorsque leur seul diviseur commun est 1.

Décomposition en facteurs premiers :
20 = 2 x 2 x 5 est une décomposition du nombre 20 en produits de facteurs premiers.
En effet, chaque facteur de la décomposition est un nombre premier.

Propriété : Tout nombre non premier peut se décomposer en produits de facteurs premiers. Cette décomposition est unique à l'ordre des facteurs près.

Définition : On dit qu'une fraction est **irréductible**, lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

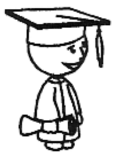
CALCUL LITTÉRAL

Distributivité

$$24 \times (3+5) = 24 \times 3 + 24 \times 5$$

$$k(a+b) = ka + kb \qquad k(a-b) = ka - kb$$
$$(a+b)k = ak + bk \qquad (a-b)k = ak - bk$$

Double distributivité



$$(a+b)(c+d) = \underset{1}{ac} + \underset{2}{ad} + \underset{3}{bc} + \underset{4}{bd}$$

Identité remarquable

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Equations

Exemples :

Résoudre l'équation :

$3(x+4) = -(x+5) + 2$

$3x + 12 = -x - 5 + 2$

$3x + x = -12 - 5 + 2$

$4x = -15$

$x = \dfrac{-15}{4}$

Résoudre l'équation :

$(4x+6)(3-7x) = 0$

Si un produit de facteur est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

$4x + 6 = 0$ ou $3 - 7x = 0$

$4x = -6$ $\qquad -7x = -3$

$x = -\dfrac{6}{4}$ $\qquad x = \dfrac{-3}{-7}$

$x = -\dfrac{3}{2}$ $\qquad x = \dfrac{3}{7}$

$$S = \left\{-\frac{3}{2} ; \frac{3}{7}\right\}$$

FONCTIONS

Notations

f est appelée une **fonction**. C'est une « machine » mathématique qui, à un nombre donné, fait correspondre un autre nombre.

$$x \overset{f}{\longmapsto} 5x - x^2$$

Nombre de départ Nombre correspondant

On note : $f : x \mapsto 5x - x^2$ ou $f(x) = 5x - x^2$

Images et antécédents

Si $f(1) = 4$, on dit que : - l'**image** de 1 par la fonction f est 4.
- un **antécédent** de 4 par f est 1.

Fonctions affines

a et b étant deux nombres fixés
$x \longmapsto ax + b$ est appelée fonction affine
$x \longmapsto ax$ est appelée fonction linéaire
$x \longmapsto b$ est appelée fonction constante.

Une fonction linéaire est une fonction affine où $b = 0$.

Propriétés :
1) Toute fonction affine est représentée par une droite.
2) Une fonction linéaire est représentée par une droite passant par l'origine.
3) Une fonction constante est représentée par une droite parallèle à l'axe des abscisses.

La droite *(d)* représentant la fonction f définie par $f(x) = ax + b$ a pour coefficient directeur a et pour ordonnée à l'origine b.

Propriété des accroissements :
Si $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ sont deux points de la droite *(d)* représentant la fonction f définie par : $f(x) = ax + b$ alors :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Propriétés :

- Augmenter un nombre de N % revient à le multiplier par $1 + \frac{N}{100}$.

- Diminuer un nombre de N % revient à le multiplier par $1 - \frac{N}{100}$.

PROBABILITÉS

La probabilité d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1 qui exprime « la chance qu'a un évènement de se produire ».

En cas d'équiprobabilité (chaque issue a autant de chance de se produire) :

Propriété : La probabilité d'un évènement A est $P(A) = \dfrac{Nombres\ d'issues\ favorables\ à\ A}{Nombre\ d'issues\ total}$

L'**événement contraire** de A, noté $\bar{A}$, est l'ensemble de toutes les issues de n'appartenant pas à A. On a : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

STATISTIQUES

Moyenne pondérée

Note	4	6	18	7	17	12	12	18
Coefficient	1	1	4	2	4	2	4	2

$$m = \frac{1\times4+1\times6+4\times18+2\times7+4\times17+2\times12+4\times12+2\times18}{1+1+4+2+4+2+4+2} = \frac{272}{20} = 13,6$$

Médiane

Pour déterminer une médiane, il faut ordonner la série. La médiane partage l'effectif en deux groupes de même effectif.

Exemple 1 : $\underbrace{3 \quad 10 \quad 12 \quad 12 \quad 12}_{\text{5 données}} \uparrow \underbrace{13 \quad 13 \quad 14 \quad 14 \quad 15}_{\text{5 données}}$

méd = (12 + 13) : 2 = 12,5

Exemple 2 : $\underbrace{9 \quad 10 \quad 10 \quad 11}_{\text{4 données}} \quad 12 \quad \underbrace{13 \quad 13 \quad 14 \quad 15}_{\text{4 données}}$

méd = 12

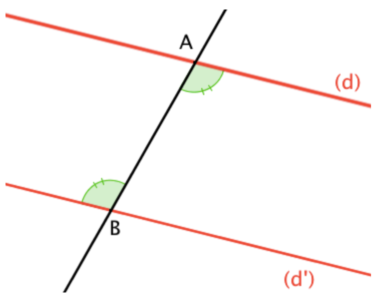
Etendue

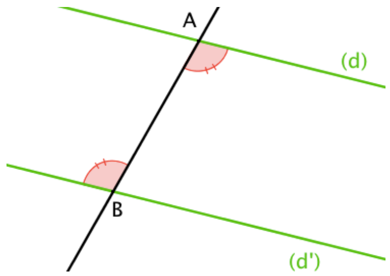
L'**étendue** est la différence entre la plus grande valeur de la série et la plus petite.

ANGLES ET TRIANGLES SEMBLABLES

Angles alternes-internes

Si deux droites sont parallèles
alors les angles alternes-internes reposant sur ces droites sont égaux.

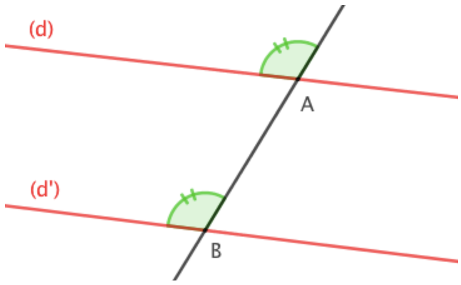


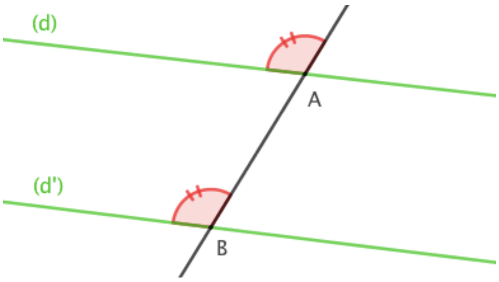


Si deux angles alternes-internes sont égaux
alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.

Angles correspondants

Si deux droites sont parallèles
alors les angles correspondants reposant sur ces droites sont égaux.





Si deux angles correspondants sont égaux
alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.

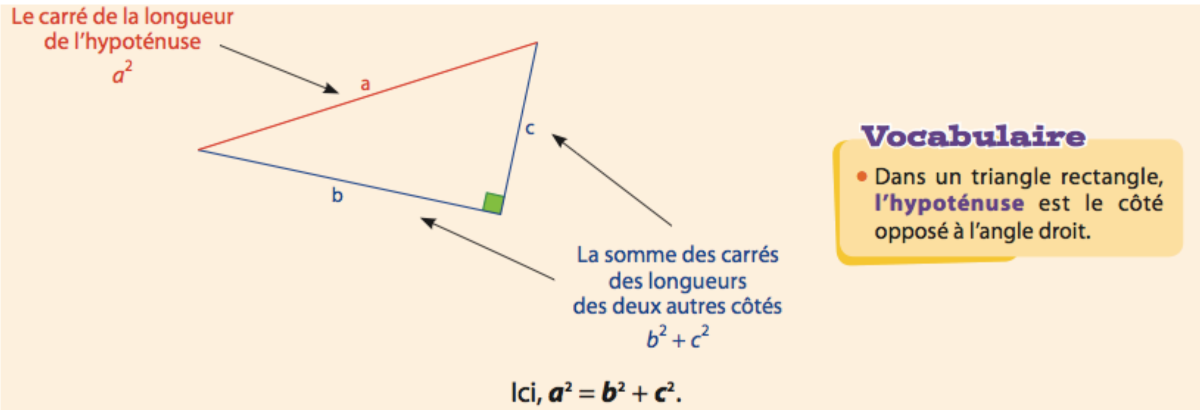
Triangles semblables

On appelle **triangles semblables** des triangles qui ont des angles deux à deux égaux.

Propriété : Si deux triangles sont semblables alors les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.

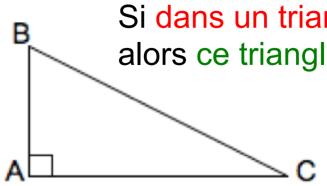
THÉORÈME DE PYTHAGORE

L'égalité de Pythagore : Un triangle rectangle est un triangle dont le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



Théorème de Pythagore

Si un triangle ABC est rectangle en A,
alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



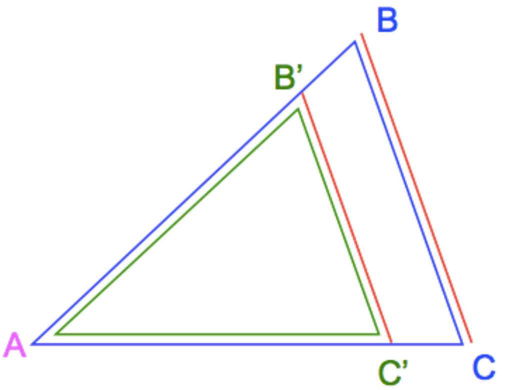
Réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle ABC, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$,
alors ce triangle est rectangle en A.

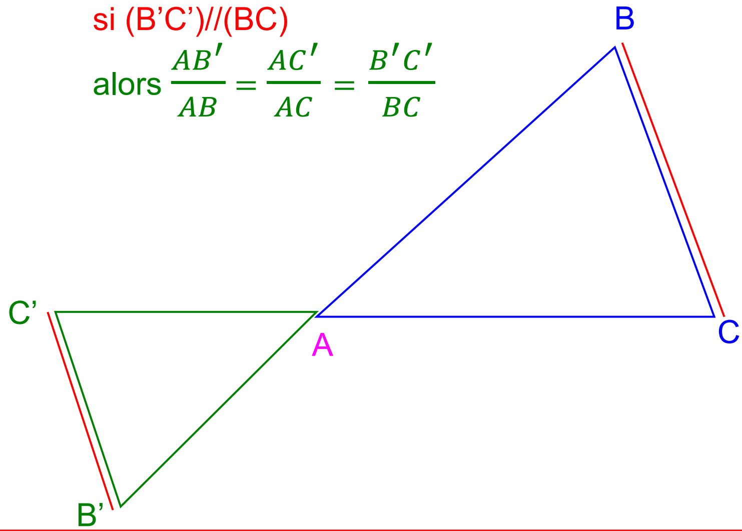
THÉORÈME DE THALÈS

Théorème de Thalès

Dans un triangle ABC, où B'∈[AB] et C'∈[AC]
si (B'C')//(BC)
alors $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$



Dans un triangle ABC, où B'∈(AB) et C'∈(AC)
si (B'C')//(BC)
alors $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$



<u>Comment retenir le théorème de Thalès ?</u>

ABC et AB'C' sont deux triangles en situation de Thalès ; ils ont un sommet commun A, et deux côtés parallèles (B'C') et (BC).
Un triangle est un « agrandissement » de l'autre. On dit que les deux triangles sont semblables. Ils ont donc des côtés deux à deux proportionnels.

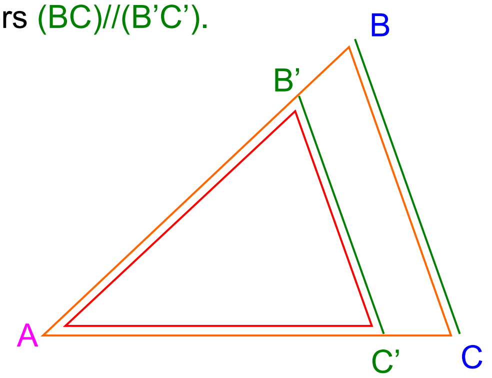
$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

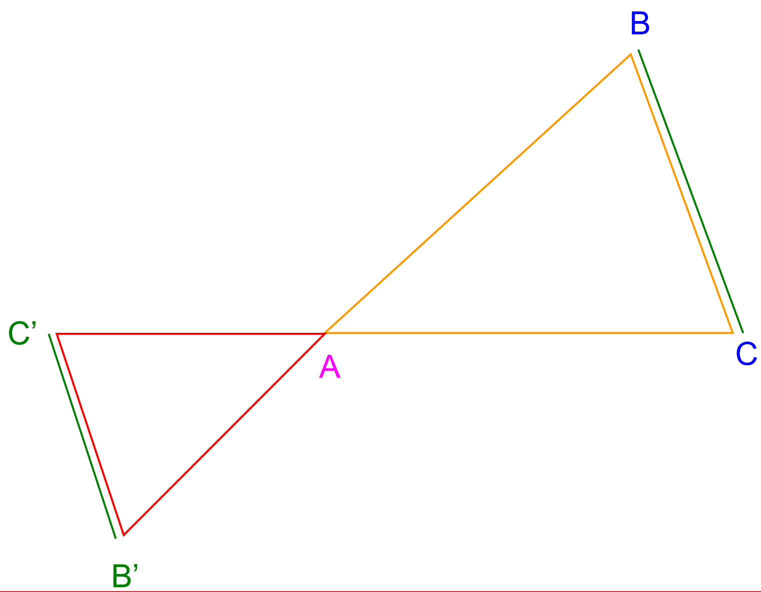
← Le petit triangle AB'C'
← Le grand triangle ABC

1ers côtés — 2èmes côtés — 3èmes côtés

Réciproque du théorème de Thalès

Si les points A, B et B' sont alignés dans le même ordre que les points A, C et C'
et $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$,
alors (BC)//(B'C').



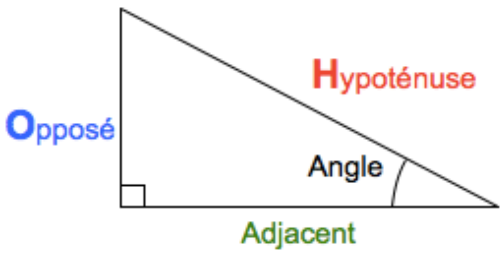


TRIGONOMÉTRIE

$$\cos(Angle) = \frac{Adjacent}{Hypoténuse}$$

$$\sin(Angle) = \frac{Opposé}{Hypoténuse}$$

$$\tan(Angle) = \frac{Opposé}{Adjacent}$$



TRANSFORMATIONS

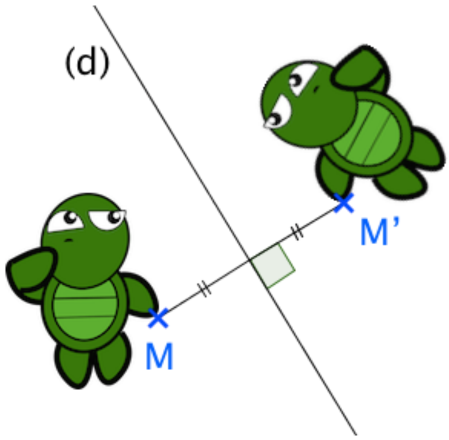
Symétrie axiale

M et M’ sont symétrique par rapport à la **droite (d)** signifie que :

- [MM’] est perpendiculaire à (d),
- M et M’ sont égale distance de (d).

Dans ce cas, (d) est la médiatrice de [MM’]

Deux figures symétriques par symétrie axiale se superposent par un pliage le long de l’axe de symétrie.



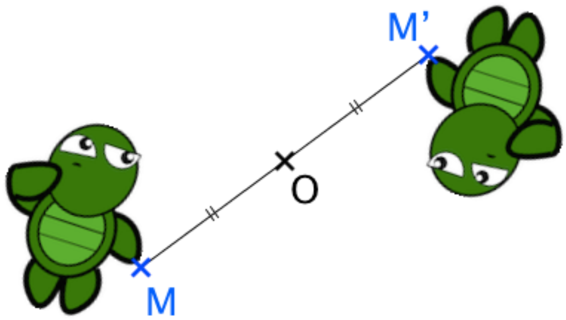
Symétrie centrale

M et M’ sont symétrique par rapport au **point O** signifie que :

- M, O et M’ sont alignés,
- MO = OM’.

Dans ce cas, O est le milieu de [MM’].

Deux figures symétriques par symétrie centrale se superposent par un demi-tour autour du centre de symétrie.

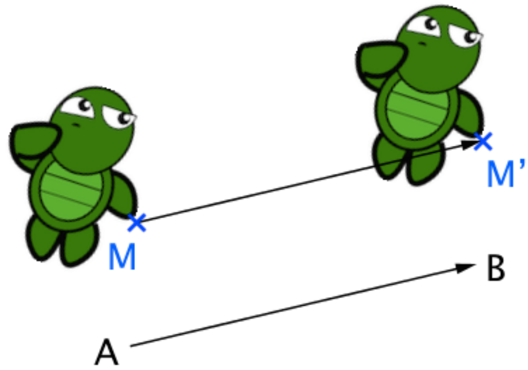


Translation

M’ est l’image de M par la translation qui **envoie A en B** signifie que :

ABM’M est un parallélogramme.

Une translation fait glisser une figure dans une direction, un sens et une longueur donnés

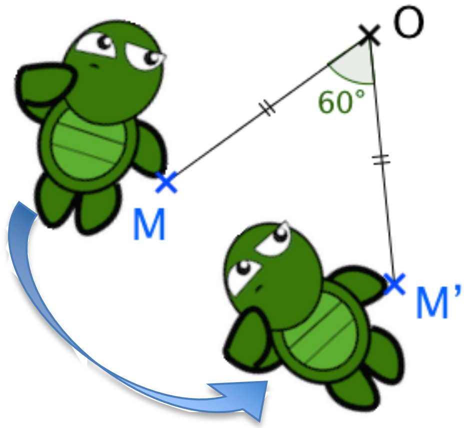


Rotation

M’ est l’image de M par la rotation de **centre O** et d’**angle 60° dans le sens inverse des aiguilles d’une montre** signifie que :

- $\widehat{MOM'} = 60°$ de M vers M’ dans le sens de la flèche,
- MO = OM’

Une rotation fait tourner une figure autour d’un point selon un angle.

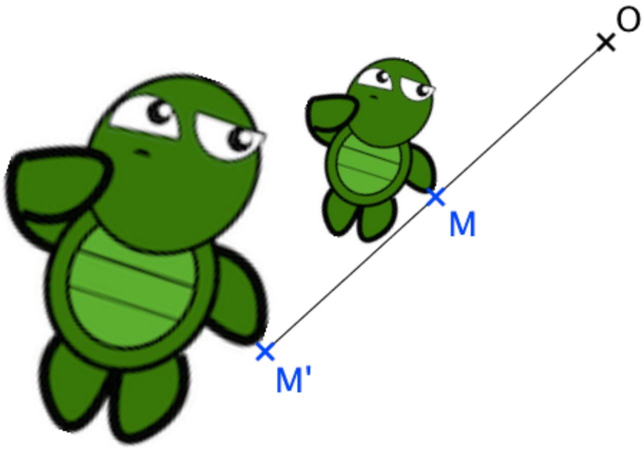


Homothétie

1) <u>Homothétie de rapport positif</u>

M’ est l’image de M par l’homothétie de **centre O** et de **rapport 2** signifie que :

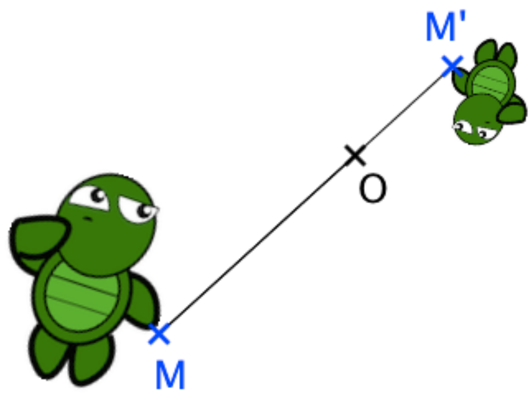
- O, M et M’ sont alignés
- M et M’ sont du même côté par rapport à O.
- OM’ = **2** x OM



2) <u>Homothétie de rapport négatif</u>

M’ est l’image de M par l’homothétie de **centre O** et de **rapport -0,5** signifie que :

- O, M et M’ sont alignés
- M et M’ ne sont pas du même côté par rapport à O.
- OM’ = **0,5** x OM



Deux figures homothétiques sont une réduction ou un agrandissement l’une de l’autre.

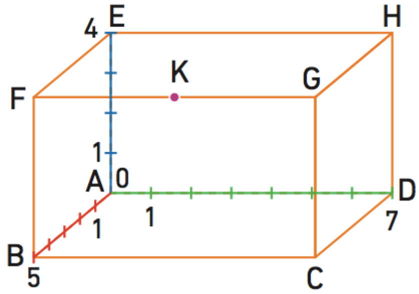
ESPACE

Repère de l'espace

Un parallélépipède peut définir un repère de l'espace.
Il faut choisir une origine (ici le point A) et trois axes gradués définis à partir des dimensions du parallélépipède : abscisse – ordonnée – altitude

Pour chaque point, on note dans l'ordre entre parenthèses l'abscisse, l'ordonnée et l'altitude.

A(0 ; 0 ; 0)	E(0 ; 0 ; 4)	K(3,5 ; 5 ; 4)
B(0 ; 5 ; 0)	F(0 ; 5 ; 4)	
C(7 ; 5 ; 0)	G(7 ; 5 ; 4)	
D(7 ; 0 ; 0)	H(7 ; 0 ; 4)	



Sphère et boule

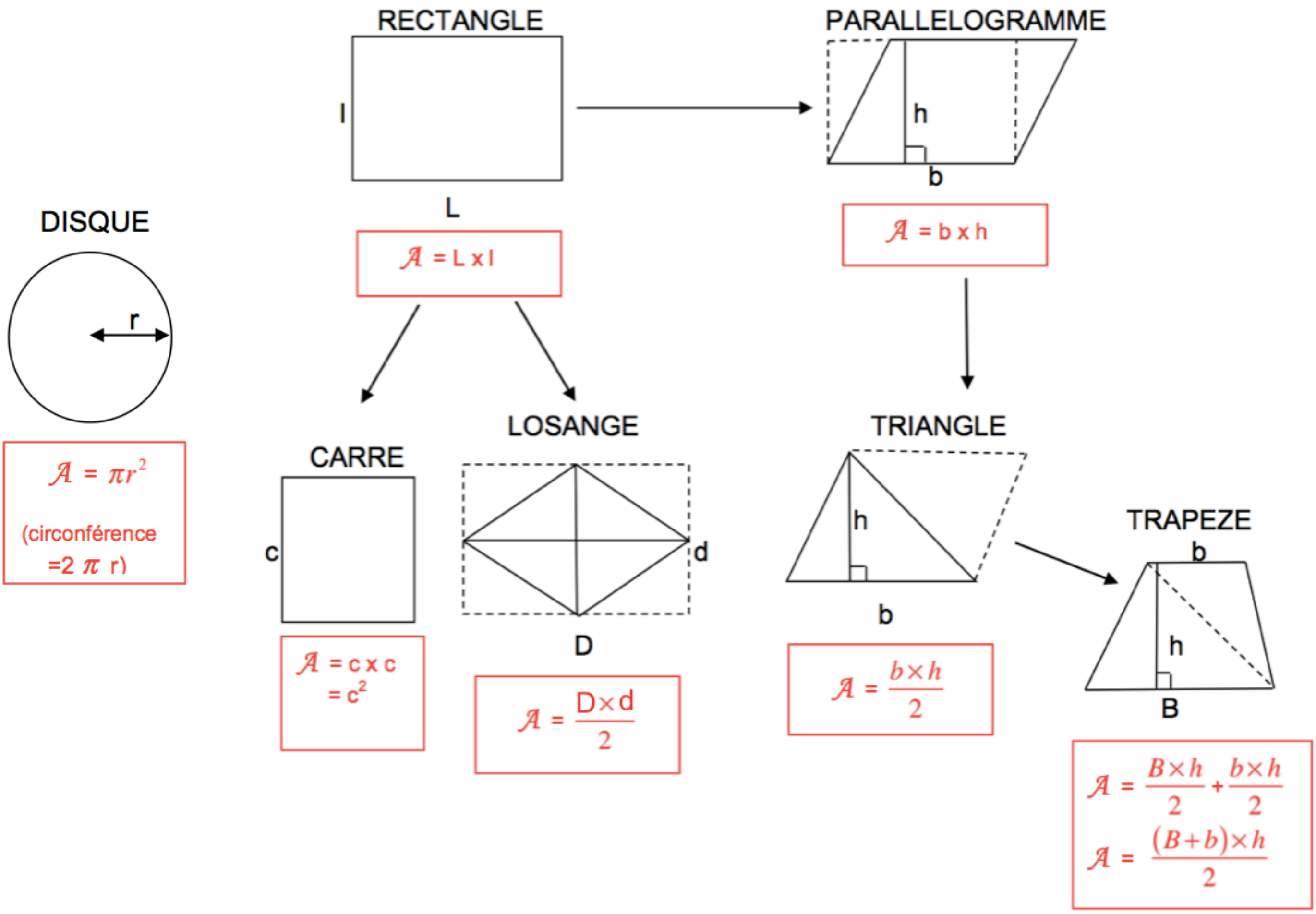
Aire de la sphère $= 4\pi r^2$

Volume de boule $= \frac{4}{3}\pi r^3$

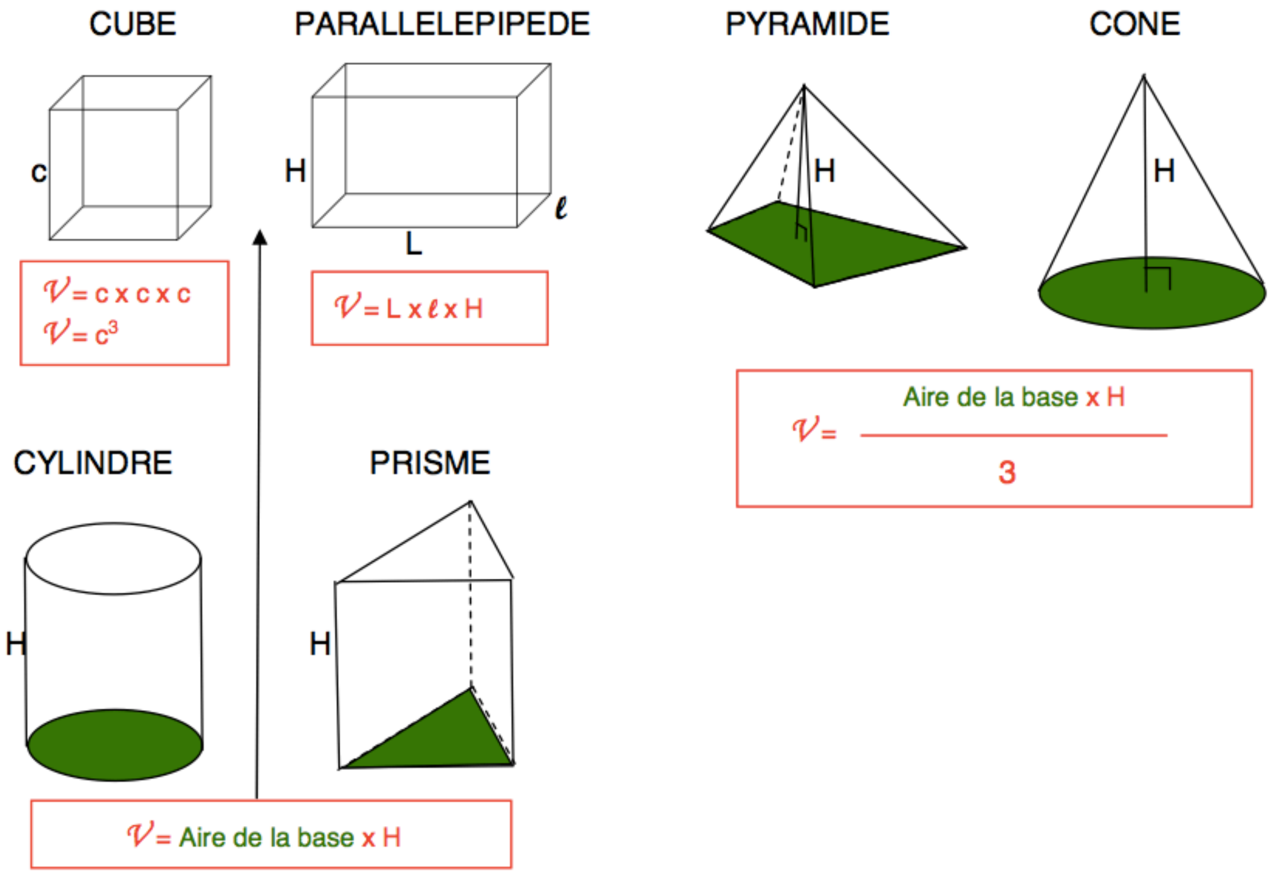
Agrandissement et réduction

Propriétés : Pour un agrandissement ou une réduction de rapport *k*,
- les longueurs sont multipliées par *k*,
- les aires sont multipliées par k^2,
- les volumes sont multipliés par k^3.

Rappels : formules d'aires



Volumes


CUBE
PARALLELEPIPEDE
PYRAMIDE
CONE
c
H
ℓ
L
H
H
$\mathcal{V} = c \times c \times c$
$\mathcal{V} = c^3$
$\mathcal{V} = L \times \ell \times H$
$\mathcal{V} = \dfrac{\text{Aire de la base} \times H}{3}$
CYLINDRE
PRISME
H
H
$\mathcal{V} = \text{Aire de la base} \times H$